НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕНЕРГЕТИЦІ
ім. Г.Є. ПУХОВА

МАЄВСЬКИЙ Олександр Володимирович

УДК 007.51 : 519.8 (075.8)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРИРОДНИХ СИСТЕМ ТИПУ «ХИЖАК – ЖЕРТВА» В УМОВАХ ЕКОЛОГІЧНОГО ЗАБРУДНЕННЯ ТЕРИТОРІЙ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Житомирському національному агроекологічному університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник — доктор технічних наук, професор
Пількевич Ігор Анатолійович,
Житомирський військовий інститут ім. С. П. Корольова Міністерства оборони України, завідувач кафедри комп'ютерних систем.

Офіційні опоненти: — доктор технічних наук, професор
Бейко Іван Васильович,
Національний технічний університет України «КПІ» МОН України; професор кафедри математичної фізики фізико-математичного факультету;

кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник
Попов Олександр Олександрович,
ДУ «Інститут геохімії навколишнього середовища» НАН України, старший науковий співробітник відділу проблем екологічної безпеки.

Захист відбудеться «05» липня 2016 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.185.01 Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України за адресою: 03164, м. Київ, вул. Генерала Наумова, 15.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України за адресою: 03164, м. Київ, вул. Генерала Наумова, 15.

Автореферат розісланий « 2 » червня 2016 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради — В.В. Душеба

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Вивчення процесів динаміки, що відбуваються в природних системах, які відносяться до класу об'єктів різної фізичної природи полягає в побудові моделей та їх дослідженні. Складність екологічних систем, врахування великої кількості різноманітних факторів, їх взаємозалежність, необхідність сумісного вивчення вимагає застосування основного інструментарію системних досліджень – математичного моделювання та обчислювальних методів на основі сучасних комп'ютерних інформаційних технологій. Саме використання обчислювальної техніки відкрило якісно нові можливості при моделюванні динамічних процесів, що відбуваються в природних системах.

При моделюванні процесів динаміки в природних системах значне розповсюдження отримала функція Ферхюльста, яка є розв'язком відомого нелінійного диференційного рівняння першого порядку.

Відомим фактом є те, що при дослідженні зазначених процесів за допомогою функції Ферхюльста, або відповідних систем диференційних рівнянь, за певних обставин спостерігається недостовірність результатів моделювання. Це пояснюється недоліками функції Ферхюльста, оскільки її використання є доцільним лише за стабільних зовнішніх умов розвитку природних систем взаємодії «хижак – жертва» та неприйнятним у випадках коливань умов зовнішнього середовища.

Оцінювати інтегруючий вплив на природні системи різноманітних факторів, внутрішніх та зовнішніх, в природних умовах важко, бо вони багатовекторні та неоднозначні. Найбільш показовою характеристикою динаміки природної системи в таких випадках може бути загальний стан чисельності її складових елементів $x(t)$, яка свідчить про розвиток чи пригнічення процесу динаміки.

В дисертаційній роботі, в якості природних систем, розглядаються екологічні системи та їх взаємодія на прикладі популяцій розповсюджених видів мисливських тварин на території України.

Проблематиці розвитку та взаємодії популяцій присвячені наукові праці багатьох вчених: А.М. Гіляров, А.Н. Колмогоров, М. Бігон, Дж. Харпер, К. Лінней, Т. Мальтус, П.В. Турчин, Ч. Дарвін, П.Ф. Ферхюльст, Р. Перл, Л. Рід, Д. Тілман, І.В. Стєбаєв, А. Лотка, Е. Піанка, П. Джіллер, Р. Макінтош, Дж. Грінел, Ч. Елтон, Дж. Хатчінсон, Ю. Одум, Ф. Гаузе, та ін.

В існуючих математичних моделях динаміки популяцій відображено ряд факторів які безумовно впливають на розвиток популяцій. Але чітко не визначено вплив навколишнього середовища, який об'єднує такі фактори як дефіцит води, нестача придатних місць для існування, наявність несприятливих погодних умов, підвищений радіаційний фон. Перераховані чинники в результаті призводять до недостовірних показників чисельності популяцій, які негативно впливають на раціональне використання природних ресурсів в подальшому.

Враховуючи корисність функції Ферхюльста та зважаючи на зазначені вище її недоліки і недоліки відповідних математичних моделей динаміки природних систем взаємодії «хижак – жертва», можна зробити висновок, що створення нових математичних моделей, які враховують фактори впливу навколишнього середовища на процеси динаміки чисельності хижака та жертви, є актуальною задачею.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Теоретичні та практичні положення дисертаційної роботи є складовою частиною досліджень за науково-дослідними темами: „Моделювання і прогнозування динаміки чисельності парнокопитних у мисливських господарствах радіоактивно забрудненої території Житомирської області" (номер державної реєстрації 0111U009694, 2009–2013 рр.). „Хребетні та безхребетні тварини Центрального Полісся у лісових і паркових насадженнях різної структури. Математичне моделювання динаміки популяцій" (номер державної реєстрації 0112U007684, 2012–2016 рр.) до якої автор долучався як співвиконавець окремих підрозділів.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є вирішення науково-прикладної задачі підвищення ефективності моделювання процесів динаміки природних систем типу «хижак – жертва» шляхом розробки математичних моделей із заданими початковими умовами на просторово-часовій області моделювання.

Для досягнення вказаної мети були поставлені та виконані наступні основні задачі:

1) проведено аналіз поширених математичних моделей екологічних систем типу «хижак – жертва» з метою виявлення можливостей їх застосування в умовах екологічного забруднення територій;

2) обґрунтовано можливість застосування узагальненої моделі еволюції природних систем для моделювання динаміки систем типу «хижак – жертва»;

3) розроблено математичну модель взаємодії «хижак – жертва» з врахуванням факторів впливу середовища їх існування на розвиток природних систем на регіональному рівні;

4) розроблено математичну модель взаємодії природних систем типу «хижак – жертва» з врахуванням ефекту дифузії в умовах впливу зовнішнього середовища;

5) проведена ідентифікація робочих параметрів математичних моделей динаміки природних систем типу «хижак – жертва» на основі наявних статистичних даних для України;

6) розв'язано задачу Коші з частковою невизначеністю в початкових умовах для нелінійних диференційних рівнянь та систем рівнянь, що формують математичні моделі динаміки природних систем типу «хижак – жертва».

Об'єктом дослідження є процеси моделювання динаміки в природних системах типу «хижак – жертва».

Предметом дослідження є математичні моделі динаміки природних систем типу «хижак – жертва».

Методи дослідження. Для виконання роботи були використані: методи системного аналізу, математичного моделювання, включаючи всі методичні аспекти етапів моделювання, методи теорії множин, статистичної обробки інформації, методи обчислювальної математики, програмування, а також аналітичні методи розв'язку диференціальних рівнянь.

Наукова новизна одержаних результатів. Основні положення дисертаційної роботи, що визначають новизну одержаних наукових результатів, полягають у наступному:

вперше:

– Обґрунтовано доцільність застосування узагальненої моделі еволюції природних систем для вивчення процесів динаміки чисельності хижаків та жертв в природних системах взаємодії «хижак – жертва» з урахуванням впливу зовнішнього середовища.

– Розроблено математичну модель взаємодії «хижак – жертва», яка відрізняється від відомої наявністю компонентів, які враховують вплив зовнішнього середовища, що дозволяє адекватно відтворювати процес динаміки в природних системах.

– Розроблено математичну модель динаміки взаємодіючих природних систем «хижак – жертва» з врахуванням ефекту дифузії, яка відрізняється від відомої врахуванням факторів впливу середовища їх існування, що забезпечує можливість прогнозування розподілу хижаків та жертв на визначеній території.

Практичне значення одержаних результатів. Запропоновані моделі дозволяють адекватно відтворити динаміку чисельності хижака і жертв в екосистемах з прийнятною для практики похибкою. Розроблені математичні моделі та програмні засоби дозволяють прогнозувати як чисельність хижака та жертви, так і їх розподіл на досліджуваній території.

Результати досліджень мають як теоретичне, так і науково-пізнавальне значення і використовуються в навчальному процесі Житомирського національного агроекологічного університету (згідно акту впровадження, 2012 р.). Науково-практичні здобутки дисертації впроваджені у робочий процес Народицького спецлісгоспу (згідно акту впровадження, 2012 р.).

Удосконалено та подальшого розвитку набули науково-методичні аспекти оптимізації використання, відновлення та обліку природних ресурсів з використанням відповідного програмного забезпечення.

Особистий внесок здобувача. Всі винесені на захист положення та результати дисертаційної роботи автором отримано самостійно. Серед праць, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належать: [1] – отримання залежностей для робочих параметрів узагальненої моделі еволюції систем; [7, 12] – розв'язок задачі «мінімізації» методом Лагранжа; [2, 6, 11] – отримання числових значень робочих параметрів узагальненої моделі еволюції систем; [3, 17, 18, 24] – оцінка адекватності узагальненої моделі еволюції систем; [10, 20] – аналіз можливості прогнозування з використанням моделі з обмеженим зростанням; [5] – розвиток математичної моделі з врахуванням переміщення особин на території існування; [4, 23] – ідентифікація та оцінка адекватності математичних моделей взаємодії хижак-жертва; [14] – розв'язок рекурентної залежності для узагальненої моделі еволюції систем; [21] – отримання аналітичного розв'язку узагальненої моделі еволюції систем.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дослідження доповідалися й обговорювалися на міжнародних науково-практичних конференціях: X международна научна практична конференция «Найновите научни постижения - 2014» 17-25 март 2014 година. Республика Болгария, гр.София, 2014; VII Всероссийская научная конференция „Математическое моделирование развивающейся экономики и экологии „ЭКОМОД – 2012”, 02-08 июля 2012 г., г. Киров, Вятский государственный университет; V Міжнародна науково-практична конференція „Сучасні проблеми збалансованого природокористування”, 25-26 листопада 2010р. – ПДАТУ, Кам’янець-Подільський; всеукраїнських – VI Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених „Наука. Молодь. Екологія-2010”, 26-28 травня 2010р. – ЖНАЕУ; VII Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених „Наука. Молодь. Екологія-2011”, 18-19 травня 2011р. – ЖНАЕУ; III Всеукраїнський з’їзд екологів „Екологія-2011” з міжнародною участю, 21-24 вересня 2011р. – ВНТУ; регіональних – VIII науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених „Наука. Молодь. Екологія-2012”, 25-26 квітня 2012р. – ЖНАЕУ; наукова конференція „Моделювання-2012” присвячена сучасним проблемам математичного і комп’ютерного моделювання, 16-18 травня 2012р. – ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАНУ; XXXI науково-технічна конференція „Моделювання”, 11-12 січня 2012р. – ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАНУ; XXX щорічна науково-технічна конференція молодих вчених та спеціалістів „Моделювання”, 12-13 січня 2011р – ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАНУ; VI науково-практична конференція „Сучасні проблеми збалансованого природокористування”, листопад 2011р. – ПДАТУ; VIII науково-практична конференція „Сучасні проблеми збалансованого природокористування”, листопад 2013р. – ПДАТУ.

Публікації. Основні результати досліджень викладено у 24 наукових працях (7 – одноосібних праць), з них 11 статей – у наукових фахових виданнях, що входять до переліку ВАК України, 1 стаття – у закордонному виданні, 12 – у матеріалах і тезах конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 323 сторінки: 155 сторінок – основного тексту, список використаних джерел із 121 найменування на 13 сторінках та 5 додатків на 150 сторінках. Робота містить 30 таблиць, 149 рисунків та 121 формулу.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність теми, сформульовані мета і завдання досліджень, визначені наукова новизна та практичне значення роботи, наведено відомості про публікації, апробацію та впровадження результатів роботи.

У першому розділі проведено аналіз найбільш поширених математичних моделей процесів динаміки екосистем (на прикладі популяцій розповсюджених видів мисливських тварин на території України), який показав, що вони описуються звичайними диференційними рівняннями та диференційними рівняннями з частинними похідними і їх системами із заданими граничними та початковими умовами. Встановлено, що створення таких моделей пов'язане із значними труднощами у зв'язку з великою множиною факторів впливу на розвиток популяції (системи) та в багатьох випадках з недостатнім об'ємом інформації про механізм впливу зазначених факторів на динаміку чисельності. Визначено основні недоліки та припущення при побудові відомих математичних моделей таких як: математична модель з обмеженим зростанням на основі функції Ферхюльста, математична модель з внутрішньовидовою конкуренцією, модель з найменшою критичною чисельністю, математична модель з дискретним розвитком, модель взаємодії хижак-жертва та математична модель з врахуванням фактору хаотичного руху складових елементів екосистеми на території ареалу.

Узагальнення результатів проведеного аналізу відомих математичних моделей, дозволило встановити, що важливим фактором впливу на процес динаміки екосистем є вплив навколишнього середовища, який на прикладі екосистем об'єднує можливий дефіцит води, наявність несприятливих кліматичних умов, тощо. Ігнорування фактору впливу навколишнього середовища при побудові математичних моделей, призводить до не достовірних показників процесу динаміки, що впливає негативно на раціональне використання природних ресурсів в подальшому.

У другому розділі викладено відомий теоретичний підхід до отримання узагальненої моделі еволюції природних систем.

В основу цієї моделі покладено нелінійне диференційне рівняння першого порядку

$$\left(1+a_1x(t)\right)\frac{dx(t)}{dt}=\varphi x(t)-a_0x^2(t) \qquad (1)$$

де $x(t)$ – кількість особин в популяції;

a_0, a_1, φ – параметри екологічної системи, що зв'язують зміну швидкості росту популяції зі змінами чисельності популяції. Отримано аналітичний розв'язок (1) у вигляді трансцендентного рівняння

$$\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\varphi}}\frac{\left(b_0-2\right)^{1/\varphi+a_1a_0}}{\left(b_0-x\right)^{1/\varphi+a_1a_0}}=e^t. \qquad (2)$$

Доведено відсутність особливих точок рівняння (1), а це свідчить про те, що внутрішня точка, через яку проходить єдина інтегральна крива диференційного рівняння, являється звичайною точкою.

На основі математичної моделі (1), розроблено математичну модель взаємодії хижак-жертва

$$\begin{cases}\left(1+a_1x\right)\dfrac{dx}{dt}+a_0x^2-\varphi x=-\gamma z;\\ \left(1+b_1z\right)\dfrac{dz}{dt}+b_0z^2-\psi z=\gamma x,\end{cases} \qquad (3)$$

де x – кількість жертв;

z – кількість хижаків;

φ і ψ – швидкість росту популяцій жертви і хижака відповідно;
γ – коефіцієнт взаємного впливу популяцій;
a_0 і b_0 – коефіцієнти, що стримують експонентне зростання;
a_1 і b_1 – параметри, що характеризують вплив фактору навколишнього середовища на розвиток популяцій.

Запропоновано підхід для досліджень непрогнозованих явищ в розвитку популяцій з використанням математичної моделі (3) як наслідок її деякої недосконалості або присутності факторів, які носять ймовірнісний характер, наприклад, зустріч з хижаками для популяцій жертв. Співставимо коливання чисельності популяції жертв у вигляді несиметричного одновимірного блукання частинок, а зустріч з хижаками – як наявність поглинаючого екрану(рис. 1)

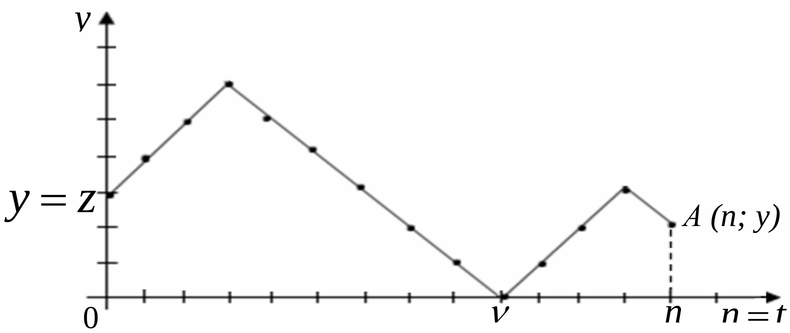


Рис. 1. Інтерпретація розвитку популяції жертв та зустріч з хижаками

Рівень $y = 0$ відповідає поглинаючому екрану, а початок блукання (початкова чисельність популяції) починається в точці $y = z$. Тоді шукана ймовірність $Q_{n,y}(z)$ того, що при початковій чисельності популяцій жертв ($y = z$), їх чисельність в момент часу $t = n$ становитиме y особин при умові зустрічі з хижаками в момент часу $t = \nu$

$$Q_{n,y}(z) = U_{n,y-z} - U_{n,y+z}, \tag{4}$$

Складові правої частини рівняння (4) визначаються за допомогою

$$U_{n,y} = C_n^{\frac{n+y}{2}} p^{\frac{n+y}{2}} q^{\frac{n-y}{2}}, \tag{5}$$

де p характеризує розвиток популяції жертв на деякому кроці, а q відповідно стабільність популяції жертв.

З врахуванням ефекту дифузії особин на території ареалу та фактору впливу середовища існування, розроблено математичну модель

$$\begin{cases} (1 + a_1 x)\dfrac{\partial x}{\partial t} = (\alpha - cz)x + D_x \dfrac{\partial^2 x}{\partial \eta^2}; \\ (1 + b_1 z)\dfrac{\partial z}{\partial t} = (-\beta + \gamma x)z + D_z \dfrac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} \end{cases}, \tag{6}$$

де t – час;
η – просторова координата;

$x(t,\eta)$ і $z(t,\eta)$ – щільність жертв та хижаків на одиницю площі;
$\alpha, c, \beta, \gamma, D_x, D_z$ – сталі величини, які характеризують внутрішні властивості популяції. В математичній моделі (6) походження складових “дифузійного типу„ в правій частині рівнянь системи пояснюється тим, що на швидкість зміни чисельності популяцій впливає наявність «хаотичного» руху особин на території ареалу.

З метою проведення ідентифікації та оцінювання адекватності розробленої математичної моделі взаємодії типу хижак-жертва та математичної моделі з урахуванням ефекту дифузії на території ареалу, доцільно провести статистичні дослідження чисельності популяцій у відповідних регіонах.

У третьому розділі розглянуто існуючі методи обліку тварин, що використовуються в мисливських господарствах України. Оцінено чисельність популяції особин методом їх часткового відлову. Цю схему обліку можливо оцінити ймовірністю того, що всі особини в популяції будуть враховані. Нехай пастки встановлюються послідовно r разів. Кожна особина попадає в пастку з ймовірністю q; припустимо, що спочатку було n особин і що зміна ситуації між двома послідовними відловами полягає в зміні чисельності популяції (оскільки впіймані особини виключаються з розгляду). Знайдемо ймовірність того, що r послідовних відловів дадуть відповідно $n_1, n_2 \dots n_r$ впійманих тварин. Після необхідних комбінаторних перетворень, отримаємо залежність

$$P = C_n^{n_1} \cdot C_{n-S_1}^{n_2} \cdot \ldots \cdot C_{n-S_{r-1}}^{n_r} \cdot q^{S_r} p^{(rn-S_1-S_2-\ldots-S_r)}, \qquad (7)$$

де $S_i = n_1 + n_2 + \ldots + n_i$, $p = 1 - q$; q характеризує властивість тварини уникати пасток та ін.

З отриманої залежності (7) можна зробити висновок, що при проведенні обліку тварин в популяції, необхідно оцінювати ефективність методу обліку або вдосконалити існуючі методи шляхом зменшення можливих похибок в статистичних даних.

Як відомо, в статистичних щорічниках зустрічаються помилки та неточності, в зв’язку з чим рекомендується використовувати існуючий алгоритм уточнення статистичних даних який базується на мінімізації „відстані” між досліджуваними параметрами.

Нехай за результатами вимірювань маємо оцінки величин (параметрів) α_0 і β_0. Крім поточних вимірювань α_0 і β_0, маємо апріорну інформацію про оцінювані параметри: вони не можуть бути довільними, а лише такими, що задовольняють кінцевому рівнянню, яке зв’язує ці параметри, наприклад:

$$\alpha - f(t,\beta) = 0. \qquad (8)$$

Задача полягає в тому, щоб, використовуючи результати вимірювань α_0 і β_0 – з одного боку, і вже відомі апріорні закономірні зв’язки між параметрами α і β у вигляді рівняння (8) – з іншого, отримати оцінки α і β, що мають більш високу точність у порівнянні із первинними оцінками α_0 і β_0.

Таким чином, апріорі відомо, що точка $\{\alpha, \beta\}$, повинна лежати на плоскій кривій (8) в площині α, β. Експериментальна „точка” $\{\alpha_0, \beta_0\}$, яка отримана без зв’язку з рівнянням (8), на дану криву в загальному випадку не ляже. Виникає питання: які з точок на кривій (8) вибирати за кінцеву оцінку при отриманій поточній оцінці $\{\alpha_0, \beta_0\}$? Логічне рішення питання очевидне: за кінцеву оцінку $\{\alpha, \beta\}$ слід взяти точку на кривій (8), найближчу до $\{\alpha_0, \beta_0\}$. Поняття „близькості” визначається введеною метрикою. Дане рішення наповнюється суворим змістом якщо використати обернену матрицю оцінок α_0 і β_0 як метричний тензор у двовимірному просторі $\alpha,\ \beta$.

У загальному випадку будемо вважати, що маємо компоненти оберненої кореляційної матриці $g_{\alpha\alpha}$, $g_{\alpha\beta}$, $g_{\beta\beta}$ $(g_{\alpha\beta} = g_{\beta\alpha})$. Квадрат „відстані” між точками $\{\alpha_0, \beta_0\}$ і $\{\alpha, \beta\}$ запишеться квадратичною формою:

$$\Re_0 = g_{\alpha\alpha}(\alpha_0 - \alpha)^2 + 2g_{\alpha\beta}(\alpha_0 - \alpha)(\beta_0 - \beta) + g_{\beta\beta}(\beta_0 - \beta)^2 . \tag{9}$$

Мінімум цієї відстані при сумісній нормальності оцінок α_0 і β_0 означає максимум правдоподібності оцінок α і β, а разом із цим достатність, обґрунтованість та їх ефективність. Це свідчить про суворість і правильність вибраного шляху об’єднання експериментальної інформації α_0 і β_0 із апріорною у вигляді рівняння зв’язку (8).

Задача мінімізації «відстані» (9) при умові зв’язку (8) являє собою задачу на умовний екстремум. Класичний шлях її розв’язання – методом невизначених множників Лагранжа. Він приводить до системи рівнянь відносно оцінок α і β

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Re}{\partial \alpha} = 2g_{\alpha\alpha}(\alpha_0 - \alpha) + 2g_{\alpha\beta}(\beta_0 - \beta) - \lambda = 0; \\ \dfrac{\partial \Re}{\partial \beta} = 2g_{\alpha\beta}(\alpha_0 - \alpha) + 2g_{\beta\beta}(\beta_0 - \beta) + \lambda \dfrac{\partial f(t, r, V)}{\partial V} = 0; \\ \alpha = f(t, \beta). \end{cases} \tag{10}$$

Знайдемо розв’язок (10) для рівняння зв’язку (зв’язок між параметрами, що найчастіше використовується)

$$\alpha = f(t, \beta) = K(t) \cdot \frac{1}{\beta} . \tag{11}$$

$$\begin{gathered} \frac{1}{\beta} = \frac{\left(\rho_{\alpha\frac{1}{\beta}} + K\sigma^2_{\frac{1}{\beta}}\right)\alpha_0 + \left(\sigma^2_\alpha + K\rho_{\alpha\frac{1}{\beta}}\right)\dfrac{1}{\beta_0}}{\sigma^2_\alpha + 2K\rho_{\alpha\frac{1}{\beta}} + K^2\sigma^2_{\frac{1}{\beta}}}; \\ \alpha = K \cdot \frac{1}{\beta.} \end{gathered} \tag{12}$$

Формула (12) є робочою. Вона наочно інтерпретується фізично для окремих випадків повної відсутності кореляції експериментальних вимірів α_0 і β_0, тобто при $\rho_{\alpha\frac{1}{\beta}} = 0$.

У четвертому розділі розв’язано задачу ідентифікації робочих параметрів та задачу Коші з частковою невизначеністю в початкових умовах. Для визначення робочих параметрів узагальненої моделі еволюції природних систем, представимо диференційне рівняння (1) у кінцево – різницевій формі з заміною $b_0 = \varphi / a_0$. В результаті отримаємо узагальнену модель еволюції природних систем в рекурентній формі, яка має вигляд

$$x_{k+1} = \left[1 + \varphi\left(\frac{1}{1 + a_1 x_k} - \frac{x_k / b_0}{1 + a_1 x_k}\right)\right] x_k . \tag{13}$$

За результатами аналітичного розв’язку системи рівнянь (13), отримаємо формули для розрахунків робочих параметрів узагальненої моделі еволюції природних систем

$$\begin{aligned}
\varphi &= \frac{\Delta x_{21}\left[(1 - n_{43})x_2 - (1 - n_{32})x_3\right] - x_1\left[(1 - n_{43})x_2 - (1 - n_{32})\Delta x_{43}\right]}{\Delta x_{21}\Delta x_{32} - x_1(\Delta x_{43} - \Delta x_{32}) - (x_3\Delta x_{32} - x_2\Delta x_{43})} - \\
&\quad - \frac{(1 - n_{21})\left[x_3\Delta x_{32} - x_2\Delta x_{43}\right]}{\Delta x_{21}\Delta x_{32} - x_1(\Delta x_{43} - \Delta x_{32}) - (x_3\Delta x_{32} - x_2\Delta x_{43})}; \\
a_1 &= \frac{(1 - n_{21})\Delta x_{32} - x_1\left[(1 - n_{43}) - (1 - n_{32})\right] - \left[x_3(1 - n_{32}) - x_2(1 - n_{43})\right]}{\Delta x_{21}\Delta x_{32} - x_1(\Delta x_{43} - \Delta x_{32}) - (x_3\Delta x_{32} - x_2\Delta x_{43})}; \\
b_0 &= \frac{\Delta x_{21}\left[(1 - n_{43})x_2(1 - n_{32})x_3\right] - x_1\left[(1 - n_{43})\Delta x_{32} - (1 - n_{32})\Delta x_{43}\right]}{\Delta x_{21}\left[(1 - n_{43}) - (1 - n_{32})\right] - (1 - n_{21})\left[\Delta x_{43} - \Delta x_{32}\right] - \left[(1 - n_{43})\Delta x_{32} - (1 - n_{32})\right]\Delta x_{43}} - \\
&\quad - \frac{(1 - n_{21})\left[x_3\Delta x_{32} - x_2\Delta x_{43}\right]}{\Delta x_{21}\left[(1 - n_{43}) - (1 - n_{32})\right] - (1 - n_{21})\left[\Delta x_{43} - \Delta x_{32}\right] - \left[(1 - n_{43})\Delta x_{32} - (1 - n_{32})\right]\Delta x_{43}},
\end{aligned} \tag{14}$$

де індекси величин $\Delta x_{mk} = x_m - x_k$, $n_{mk} = \dfrac{x_m}{x_k}$, $m,k = 1,2,3,4$ позначають порядкові номера відповідних років.

Для розв’язку системи рівнянь (13), скористаємось статистичними даними динаміки екосистеми (на прикладі чисельності популяції кабана на території України (форма 2ТП мисливство) та програмним пакетом Mathcad 15.0.

Результати розв’язку задачі ідентифікації робочих параметрів для узагальненої моделі еволюції природних систем та функції Ферхюльста (на прикладі динаміки популяцій кабана на території України) представлені в табл. 1

Таблиця 1

Значення робочих параметрів моделей процесу динаміки екосистеми (популяція виду мисливських тварин на території України)

Природна система	Математичні моделі	Робочі параметри		
		a_1	φ	a_0
Екосистема (популяція кабана на території України)	Узагальнена модель еволюції природних систем	$-2{,}578\cdot10^{-5}$ $\pm2{,}874\cdot10^{-6}$	$2{,}5\cdot10^{-2}$ $\pm1{,}96\cdot10^{-1}$	$5{,}88\cdot10^{-7}$ $\pm4{,}582\cdot10^{-6}$
	Функція Ферхюльста	0,00	2,505 ±19,008	$6{,}42\cdot10^{-5}$ $\pm4{,}334\cdot10^{-4}$

Розв’язок задачі Коші з частковою невизначеністю в початкових умовах для узагальненої моделі еволюції і для функції Ферхюльста при моделюванні процесу динаміки екологічної системи на території України зображено на рис. 2 *а,б*.

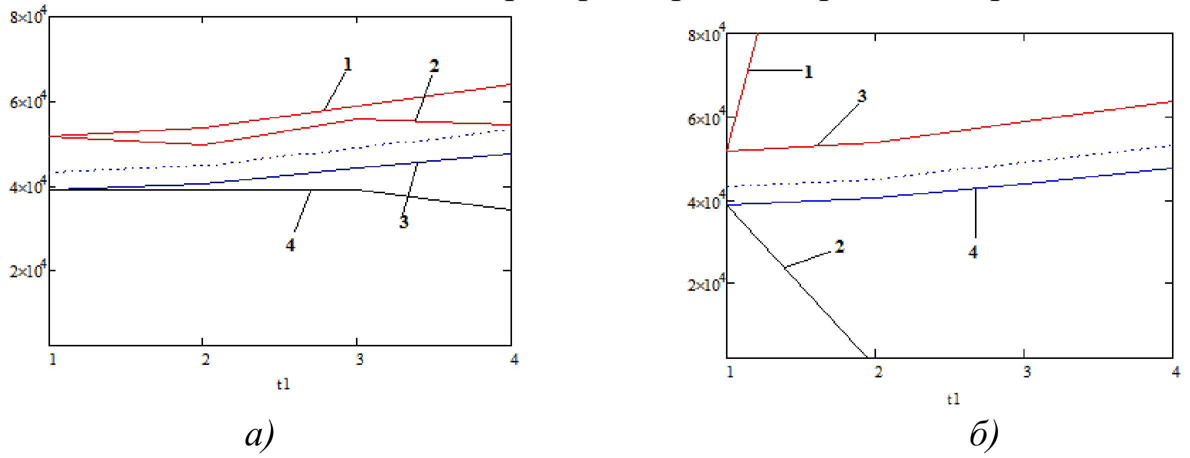


Рис. 2. Розв'язок задачі Коші з невизначеністю в початкових умовах для: *а)* узагальненої моделі еволюції природних систем; *б)* для функції Ферхюльста. *а)* 1, 3 – межі коливань статистичних даних; 2, 4 – межі коливань результатів моделювання; *б)* 3, 4 – межі коливань статистичних даних; 1, 2 – межі коливань результатів моделювання

Відома математична модель взаємодії хижак-жертва

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} + a_0 x^2 - \varphi x = -\gamma z; \\ \dfrac{dz}{dt} + b_0 z^2 - \psi z = \gamma x, \end{cases} \tag{15}$$

де a_0 і b_0 – коефіцієнти, що стримують експонентне зростання.

Розроблена математична модель взаємодії хижак-жертва представлена системою звичайних диференційних рівнянь (3).

Для проведення ідентифікації робочих параметрів математичних моделей взаємодії хижак-жертва (3) і (15), скористаємось статистичними даними згідно форми 2ТП (мисливство) чисельності популяції зайця-русака (жертва) та лисиці (хижак) на території Житомирської області за 2002-2008 роки та програмним пакетом Mathcad 15.0.

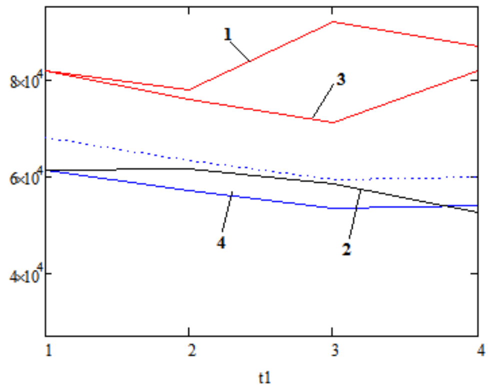
Розв'язок систем (3), (15) відносно робочих параметрів представлено в табл. 2.

Таблиця 2

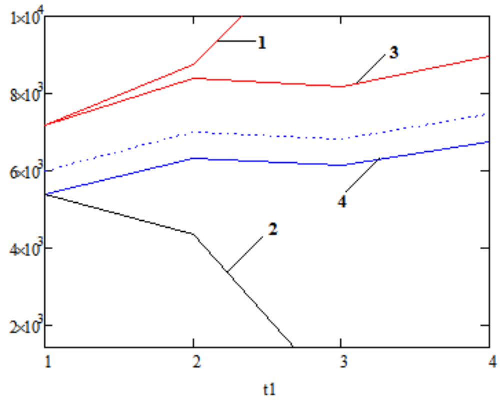
Значення робочих параметрів математичних моделей (3), (15)

Модель	**Параметр**						
	φ	γ	ψ	a_0	b_0	a_1	b_1
(15)	$5{,}43\cdot10^{-1}$ $\pm2{,}785$	6,893 ±21,537	-96,335 ±321,671	$3{,}173\cdot10^{-6}$ $\pm2{,}55\cdot10^{-5}$	$-6{,}64\cdot10^{-6}$ $\pm2{,}1\cdot10^{-2}$	0,00	0,00
(3)	$-8{,}8\cdot10^{-2}$ $\pm0{,}482$	-0,262 ±3,712	-0,546 ±81,337	$-8{,}702\cdot10^{-7}$ $\pm9{,}864\cdot10^{-6}$	$-7{,}442\cdot10^{-4}$ $\pm6{,}568\cdot10^{-3}$	$-1{,}535\cdot10^{-5}$ $\pm6{,}318\cdot10^{-6}$	$-1{,}287\cdot10^{-3}$ $\pm3{,}169\cdot10^{-3}$

Розв’язок задачі Коші з частковою невизначеністю в початкових умовах для взаємодіючих екологічних систем взаємодії хижак-жертва використовуючи узагальнену модель еволюції природних систем при моделюванні процесу динаміки взаємодіючих екологічних систем зображено на рис. 3 *а,б*.



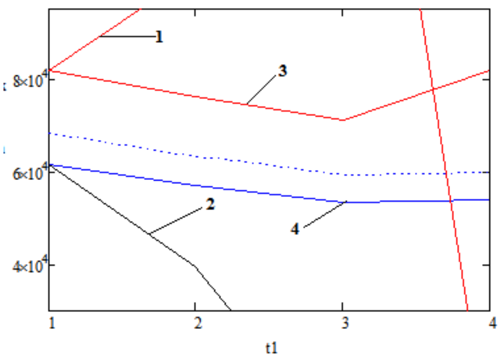
а)



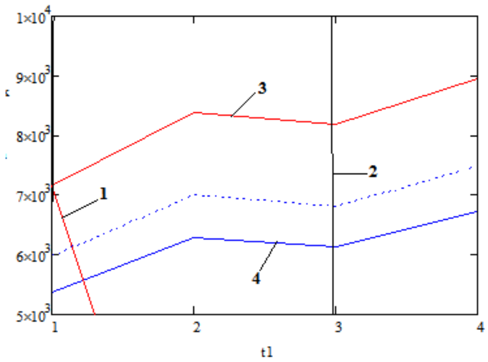
б)

Рис. 3. Розв’язок задачі Коші з невизначеністю в початкових умовах для екологічних систем взаємодії хижак-жертва використовуючи узагальнену модель еволюції природних систем. *а)* – жертва; 3, 4 – межі коливань статистичних даних; 1, 2 – межі коливань результатів моделювання; *б)* – хижак; 3, 4 – межі коливань статистичних даних; 1, 2 – межі коливань результатів моделювання;

Розв’язок задачі Коші з невизначеністю в початкових умовах для взаємодіючих екологічних систем взаємодії хижак-жертва використовуючи існуючу математичну модель при моделюванні процесу динаміки взаємодіючих екологічних систем зображено на рис. 4 *а,б*.



а)



б)

Рис. 4. Розв’язок задачі Коші з невизначеністю в початкових умовах для екологічних систем взаємодії хижак-жертва використовуючи існуючу математичну модель. *а)* – жертва; 3, 4 – межі коливань статистичних даних; 1, 2 – межі коливань результатів моделювання; *б)* – хижак; 3, 4 – межі коливань статистичних даних; 1, 2 – межі коливань результатів моделювання;

Для розв’язку задачі ідентифікації робочих параметрів математичних моделей з врахуванням ефекту дифузії на території ареалу та фактору впливу середовища існування популяцій, скористаємося даними щільності жертв (заєць-русак) та хижаків (лисиця) на 1 км^2 використовуючи форму 2ТП (мисливство) для територій радіоактивно не сприятливих регіонів Житомирської області (Олевський та Овручський райони).

Існуюча математична модель з врахуванням ефекту дифузії на території ареалу представлена системою диференційних рівнянь параболічного типу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial t} = (\alpha - cz)x + D_x \dfrac{\partial^2 x}{\partial \eta^2}; \\ \dfrac{\partial z}{\partial t} = (-\beta + \gamma x)z + D_z \dfrac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} \end{cases}, \tag{16}$$

Запропонована математична модель з врахуванням ефекту дифузії на території ареалу та фактору впливу середовища існування популяцій представлена системою диференційних рівнянь (6).

Застосовуючи метод сіток, отримаємо кінцево-різницеві рівняння для існуючої (16) та запропонованої (6) математичних моделей відповідно.

$$\begin{cases} \dfrac{x_{k+1,l} - x_{kl}}{h_1} = (\alpha - cz_{kl})x_{kl} + D_x \dfrac{x_{k,l+1} - 2x_{kl} + x_{k,l-1}}{h_2^2} \\ \dfrac{z_{k+1,l} - z_{kl}}{h_1} = (-\beta + \gamma x_{kl})z_{kl} + D_z \dfrac{z_{k,l+1} - 2z_{kl} + z_{k,l-1}}{h_2^2} \end{cases}, \tag{17}$$

де індекс «k» крок по осі часу (вісь t);

індекс «l» крок по координаті (вісь η);

h_1 – крок по осі часу; $h_1 = 1$рік;

h_2 – крок по осі η (координатна вісь); $h_2 = 20$ км.

$$\begin{cases} (1 + a_1 \cdot x_{kl})(x_{k+1,l} - x_{kl}) = (\alpha - cz_{kl})x_{kl} + D_x(x_{k,l+1} - 2x_{kl} + x_{k,l-1}) / 400; \\ (1 + b_1 \cdot z_{kl})(z_{k+1,l} - z_{kl}) = (-\beta - \gamma \cdot x_{kl})z_{kl} + D_z(z_{k,l+1} - 2z_{kl} + z_{k,l-1}) / 400, \end{cases} \tag{18}$$

де зміст індексів k і l такий як в існуючій математичній моделі.

Розв’язок задачі ідентифікації математичних моделей з урахуванням ефекту дифузії (системи (17), (18) для існуючої та запропонованої математичних моделей дає результати

$\alpha = 3{,}411 \pm 148{,}004$; $\beta = 0{,}077 \pm 1{,}499$; $D_x = 161{,}001 \pm 711{,}352$; $D_z = 131{,}168 \pm 506{,}301$;

$c = 3{,}411 \pm 148{,}004$; $\gamma = 0{,}029 \pm 0{,}501$.

Відповідно робочі параметри запропонованої математичної моделі:

$a_1 = -0{,}275 \pm 0{,}541$; $b_1 = -2{,}059 \pm 0{,}542$; $c = 1{,}246 \pm 60{,}993$; $\gamma = 9{,}237 \cdot 10^{-4} \pm 0{,}015$;

$\alpha = 0{,}655 \pm 29{,}519$; $\beta = 1{,}095 \cdot 10^{-3} \pm 0{,}048$; $D_x = 24{,}324 \pm 676{,}456$; $D_z = 0{,}482 \pm 62{,}83$.

Розподіл отриманих результатів моделювання щільності елементів на 1 км^2 (хижак) в контрольних точках 1 і 2 за 2005 рік взаємодіючих екологічних систем (взаємодія хижак-жертва) за допомогою запропонованої математичної моделі дифузійного типу представлено нижче на рис. 5 – рис. 6 на прикладі хижака

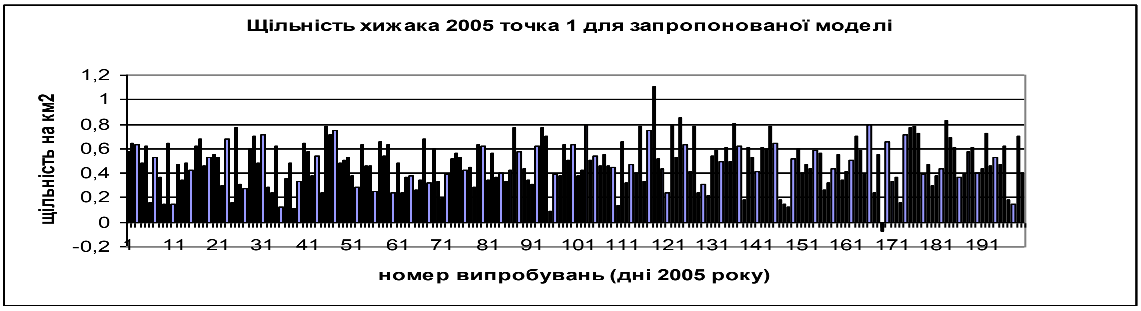


Рис. 5. Розподіл отриманих результатів моделювання щільності елементів (хижак) в першій контрольній точці за 2005 рік взаємодіючих екологічних систем за допомогою запропонованої математичної моделі дифузійного типу

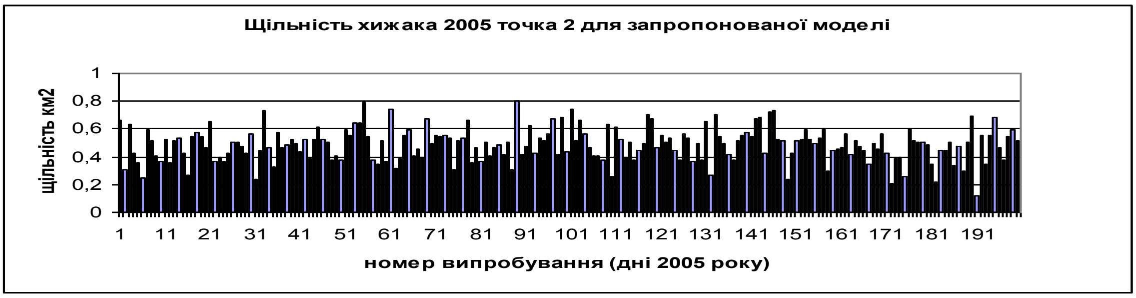


Рис. 6. Розподіл отриманих результатів моделювання щільності елементів (хижак) в другій контрольній точці за 2005 рік взаємодіючих екологічних систем за допомогою запропонованої математичної моделі дифузійного типу

Результати моделювання щільностей на 1км^2 складових елементів взаємодіючих екосистем в контрольних точках 1 і 2 з кроком 20 км з врахуванням ефекту дифузії за 2005 – 2006 роки та відповідні імовірності наведено в табл. 3.

Таблиця 3

Значення меж щільності складових елементів на 1км^2 взаємодіючих природних систем з врахуванням ефекту дифузії та відповідні імовірності

Моделі взаємодіючих природних систем з урахуванням ефекту дифузії (на прикладі екосистем)		Роки, контрольні точки 1 і 2 встановленого напрямку							
		2005 рік				2006 рік			
		1 точка		2 точка		1 точка		2 точка	
		шт/км^2	P	шт/км^2	P	шт/км^2	P	шт/км^2	P
Існуюча модель (результати моделювання щільність на 1км^2), шт. на 1км^2	X	< 8	>0,49	< 8	0	< 8	0	< 8	0
	Z	< 0,75	>0,9	< 0,75	0	< 0,75	>0,88	< 0,75	0
Запропонована модель (результати моделювання щільність на 1км^2), шт. на 1км^2	X	**< 8**	**>0,58**	**< 8**	**>0,49**	< 8	0	< 8	0
	Z	**< 0,75**	**>0,93**	**< 0,75**	**>0,97**	< 0,75	>0,88	< 0,75	>0,6

Примітка: P – імовірність для відповідних значень щільності.

Розрахунки за допомогою запропонованої математичної моделі з урахуванням ефекту дифузії дають значення щільностей складових елементів взаємодіючих екосистем в досліджуваних точках (x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22}) значно більше наближені до експериментальних даних, які спостерігаються для такого виду екосистем (< 6 елементів на 1 км^2 для жертви і ≤ 0,75 елементів на 1 км^2 для хижака), що свідчить про адекватний опис процесу розподілу особин на території їх існування.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вирішено актуальну науково-прикладну задачу підвищення ефективності моделювання процесів динаміки природних систем типу «хижак – жертва» шляхом розробки математичних моделей із заданими початковими умовами на просторово-часовій області моделювання. При цьому отримано такі наукові та практичні результати

1. Проведено аналіз поширених математичних моделей процесів динаміки природних систем типу «хижак – жертва» (на прикладі екосистем) та встановлено, що у розглянутих моделях не враховані суттєві зовнішні чинники впливу, а саме: здатність особин до виживання в несприятливих умовах існування, міграції, розселення, адаптації до нових місць проживання, зокрема для опису динаміки популяцій мисливських тварин Житомирської області та її Північного регіону).

2. Обґрунтовано доцільність застосування узагальненої моделі еволюції природних систем для опису процесів динаміки природних систем типу «хижак – жертва». Отримано її аналітичний розв’язок у вигляді трансцендентного рівняння. Доведено, що нелінійне диференційне рівняння першого порядку, яким представлено узагальнену модель еволюції природних систем враховує вплив навколишнього середовища та адекватно відтворює процес динаміки природних систем (на прикладі екосистеми), суттєво зменшує середню відносну похибку, що становить не більше 21%, та дозволяє прогнозувати динаміку процесу терміном до 3 років при відповідних похибках статистичних даних (+20%, -10%).

3. Набула подальшого розвитку математична модель взаємодії природних систем (на прикладі екологічних систем взаємодії типу «хижак – жертва»), яка відрізняється від відомих врахуванням узагальненої моделі еволюції природних систем, що дозволило врахувати вплив навколишнього середовища на процес динаміки природних систем взаємодії типу «хижак – жертва» на регіональному рівні і підвищити точність результатів моделювання .

4. Запропонована математична модель динаміки природних систем (на прикладі взаємодії екосистем «хижак – жертва») з врахуванням неоднорідності щільності їх складових елементів (ефект дифузії) та фактору впливу навколишнього середовища, що дозволяє підвищити точність результатів моделювання для одномірного простору та встановлених діапазонів статистичних даних.

5. Задача ідентифікації робочих параметрів існуючих та запропонованих математичних моделей екосистем «хижак – жертва» побудованих на базі функції Ферхюльста та узагальненої моделі еволюції природних систем розв'язана з урахуванням регламентованих відхилень (+20%, -10%) для наявних статистичних даних жертв (заєць) і хижаків (вовк, лисиця) на регіональному рівні. Методика ідентифікації робочих параметрів математичних моделей реалізована шляхом формування векторів випадкових значень з встановленого діапазону відхилень статистичних даних за допомогою програмного пакету Mathcad 15.0.

6. Для існуючих і запропонованих математичних моделей розв'язана задача Коші з частковою невизначеністю початкових умов. На етапі розв'язку задачі Коші з невизначеністю в початкових умовах виявлено, що математичні моделі, в основу яких покладено функцію Ферхюльста, дають не адекватні результати (не відтворюється процес динаміки у встановлених межах для конкретних екологічних систем «хижак – жертва») за виключенням окремих випадків.

Застосування узагальненої моделі еволюції систем значно зменшує відносну середню похибку результатів моделювання для жертв, та для хижака в системі ХЖ2 (лисиця – заєць), та дозволяє прогнозувати на 1 рік (середня відносна похибка при цьому не перевищує 5.75% для жертви і 15% для хижака при відповідних похибках статистичних даних +20%, -10%).

Використання існуючої математичної моделі з врахуванням ефекту дифузії демонструє значні величини дисперсій щільності хижака і жертви і, як наслідок, існує ймовірність великих відхилень від середніх значень щільності. У зв'язку з цим очевидна перевага запропонованої математичної моделі, яка забезпечує зменшення дисперсії значень розподілу щільності хижака і жертви, а також дозволяє прогнозувати розподіл щільності хижака і жертви в поточному році в контрольних точках з кроком 20 км в обраному напрямку із середньою відносною похибкою 14,93% для жертв і 1,5% для хижака.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

***Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації*:**

1. Маевский А. В. Математическое моделирование динамики популяций / И. А. Пилькевич, А. В. Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №3/6 (45). – С. 50–53.

2. Маєвський О. В. Теоретичне обґрунтування моделі динаміки популяцій Лоткі-Вольтерра / І. А. Пилькевич, О. В. Маєвський // Вісник ЖДТУ. – 2010. – № 3 (54). – С. 79–83.

3. Маєвський О. В. Обгрунтування якості узагальненої логістичної моделі динаміки популяцій / І. А. Пількевич, В. І. Котков, О. В. Маєвский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2012. – №1/4 (55). – С. 63–66.

4. Маевский А. В. Математические модели межвидовой конкуренции / А. В. Маевский, І. А. Пилькевич // Современный научный вестник. – 2014. – № 17 (213). – С. 88–93.

5. Маєвський О. В. Математична модель взаємодії хижак-жертва з врахуванням просторових факторів та фактору впливу середовища існування популяцій / І. А. Пилькевич, Ю. Б. Бродський, О. В. Маєвский // ScienceRise. – 2015. – № 4/2 (9). – С. 23–27.

6. Маєвський О. В. Математические модели динамики популяций копытных животных,обитающих в охотничьих хозяйствах Украины / І. А. Пількевич, О. В. Маєвський // Зб. наук. пр. Донецького держ. ун-ту управління. Сер. Державне управління. – 2011. – Т. 12, вип. 181 : Державні механізми управління природокористуванням. – С. 41–51.

7. Маевский А. В. Мониторинг копытных животных, обитающих в охотничьих хозяйствах Украины / И. А. Пилькевич, А. В. Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №5/4 (47). – С. 35–40.

8. Маевский А. В. Исследование особых решений обобщённой математической модели динамики популяций / А. В. Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2012. – № 2/3 (56). – С. 71–72.

9. Маєвський О. В. Інформаційні технології організації обліку мисливських тварин / О. В. Маєвський // Технологический аудит и резервы производства. – 2012. – № 5/2 (7). – С. 11–12.

10. Маевский А. В. Прогнозирование динамики численности парнокопытных в охотничьих хозяйствах Украины / А. В. Маевский, И. А. Пилькевич // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 1/4 (61). – С. 31–34.

11. Маєвський О. В. Математическая модель динамики популяций животного мира / О. В. Маєвський, І. А. Пількевич // Моделювання та інформаційні технології. – 2011. – Вип. 59. – С. 32–41.

12. Маевский А. В. Повышение точности оценивания характеристик динамики популяций / И. А. Пилькевич, А. В. Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №4/4 (46). – С. 48–52.

***Опубліковані праці апробаційного характеру*:**

13. Маєвський О. В. Моделювання динаміки популяцій копитних тварин мисливських господарств України / О. В. Маєвський // Наука. Молодь. Екологія - 2010 : зб. тез доп. VI Всеукр. наук.-практ. конф. студентів, аспірантів та молодих вчених. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2010. – С. 58–60.

14. Маєвський О. В. Екологія: динаміка популяцій / І. А. Пількевич, В. І. Котков, О. В. Маєвський // Сучасні проблеми збалансованого природокористування / ПДАТУ. – 2010. – Спец. вип. до V Міжнар. наук.-практ. конф. – С. 15–19.

15. Маевский А. В. Обобщение логистической модели динамики популяций / А. В. Маевский // Моделювання : тези доп. XXX наук.-техн. конф., 11–12 січ. 2011 р. – К. : ІПМЕ НАНУ, 2011. – С. 8.

16. Маевский А. В. Анализ адекватности математических моделей динамики популяций / А. В. Маевский // Наука. Молодь. Екологія – 2011 : зб. матеріалів VII наук.-практ. конф. студентів, аспірантів та молодих вчених. – 2011. – Т. 1. – С. 119–123.

17. Маєвський О. В. Оцінювання адекватності логістичних моделей динаміки популяцій копитних України / І. А. Пількевич, В. І. Котков, О. В. Маєвський // Сучасні проблеми збалансованого природокористування / ПДАТУ. – 2011. – Спец. вип. до VI Міжнар. наук.-практ. конф. – С. 35–39.

18. Маєвський О. В. Математичне моделювання та прогнозування динаміки чисельності мисливських тварин / І. А. Пількевич, О. В. Маєвський // Наука. Молодь. Екологія – 2012 : зб. тез доп. VIII Всеукр. наук.-практ. конф. студентів, аспірантів та молодих вчених. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2012. – С. 125–127.

19. Маевский А. В. Математическое моделирование динамики популяций копытных животных, обитающих в охотничьих хозяйствах Украины / А. В. Маевский // Моделювання : тези доп. XXXI наук.-техн. конф., 11–12 січ. 2012 р. – К. : ІПМЕ НАНУ, 2012. – С. 11.

20. Маевский А. В. Моделирование и прогнозирование динамики популяций парнокопытных в охотничьих хозяйствах Житомирской области А. В. Маевский // Моделирование – 2012 – SIMULATION-2012: сб. тр. конф. (дополнение) / А. В. Маевский, И. А. Пилькевич. – К. : ИПМЭ НАНУ, 2012. – С. 8–11.

21. Маевский А. В. Математическое моделирование динамики развития экологических систем / А. В. Маевский, И. А. Пилькевич // Экомод – 2012 : тез. докл. VII Всерос. науч. конф. «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий». – Киров, 2012. – С. 61.

22. Маєвський О. В. Обґрунтування необхідності вдосконалення математичних моделей динаміки популяцій / О. В. Маєвський // Сучасні проблеми збалансованого природокористування / ПДАТУ. – 2013. – Спец. вип. до VIII Міжнар. наук.-практ. конф. – С. 21–26.

23. Маевский А. В. Математическая модель взаимодействия между популяциями / А. В. Маевский // Найновите научни постижения – 2014 :

материали за X международна научна практична конференція, 17-25 март 2014 г. – София, 2014. – С. 23–25.

24. Маевский А. В. Обобщённая логистическая модель динамики популяций / А. В. Маевский // ІІІ Всеукраїнський з’їзд екологів з міжнародною участю : зб. наук. ст., 21-24 верес. 2011 р. – Вінниця, 2011. – Т. 1. – С. 222–226.

АНОТАЦІЯ

Маєвський О. В. Моделювання природних систем типу «хижак – жертва» в умовах екологічного забруднення територій. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України, Київ, 2016.

Дисертаційне дослідження спрямовано на вирішення науково-прикладної задачі підвищення ефективності моделювання процесів динаміки природних систем типу «хижак – жертва» шляхом розробки математичних моделей із заданими початковими умовами на просторово-часовій області моделювання. Запропоновані математичні моделі взаємодії «хижак – жертва», побудовано шляхом удосконалення традиційної моделі, що мають своїм розв’язком функцію Ферхюльста.

Проведення аналізу існуючих математичних моделей висвітлило ряд обмежень та припущень використаних при їх побудові. Обгрунтовано та практично доведено доцільність застосування узагальненої моделі еволюції систем при дослідженні процесів динаміки екосистем взаємодії «хижак – жертва».

Отримано аналітичний розв’язок основного рівняння. Удосконалено існуючі математичні моделі взаємодії «хижак – жертва» за рахунок включення узагальненої моделі еволюції систем.

З метою побудови математичної моделі з врахуванням ефекту дифузії хижака та жертви, проаналізовано особливості їх територіального розподілу (Північні регіони Житомирської області). Розв’язано задачу ідентифікації робочих параметрів, задачу Коші з частковою невизначеністю в початкових умовах для існуючих і запропонованих математичних моделей взаємодії «хижак – жертва» з врахуванням ефекту дифузії хижака і жертви та без нього на визначеній території.

На прикладі розвитку екологічних систем, таких як популяції розповсюджених видів мисливських тварин на території України та зокрема Північного регіону Житомирської області, науково доведено вплив навколишнього середовища і враховано в узагальненій моделі еволюції систем.

Ключові слова: узагальнена модель еволюції природних систем, вплив навколишнього середовища, задача ідентифікації, задача Коші, функція Ферхюльста, ефект дифузії.

АННОТАЦИЯ

Маевский А. В. Моделирование естественных систем типа «хищник – жертва» в условиях экологического загрязнения территорий. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Институт проблем моделирования в энергетике им Г. Е Пухова НАН Украины, Киев, 2016.

Диссертационное исследование направлено на решение научно-прикладной задачи повышения эффективности моделирования процессов динамики естественных систем типа «хищник – жертва», путем разработки математических моделей с заданными начальными условиями на пространственно-временной области моделирования на примере динамики экосистем, проблематике развития и взаимодействия которых посвящены труды целого ряда учёных. Проведён анализ наиболее известных математических моделей экосистем на примере динамики популяций известных видов охотничьих животных, в том числе моделей в основу которых положена традиционная функция Ферхюльста. Результаты проведенного анализа свидетельствуют о необходимости усовершенствования математических моделей построенных на основе функции Ферхюльста. При колебании условий внешней среды (температурные колебания, изменение рельефа, смещение водоносных горизонтов, и. т. д.) модели такого типа могут давать непрогнозируемые скачки численности составляющих экосистему элементов, достигая периодически при этом значительных величин.

Отсюда следует, что модели с ограниченным развитием на основе функции Ферхюльста возможно рассматривать только как один из частных вариантов моделирования развития и взаимодействия экосистем. Научно обосновано целесообразность использования обобщённой модели эволюции систем при изучении процессов динамики природных систем типа «хищник – жертва» как с учётом эффекта диффузии, так и без него.

Объектом исследования являются процессы моделирования динамики в естественных системах типа «хищник – жертва».

Предмет исследования – математические модели динамики естественных систем типа «хищник – жертва».

Доказано, что нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка, формирующее обобщенную модель эволюции систем, учитывает влияние окружающей среды и адекватно воспроизводит процесс динамики естественных систем типа «хищник – жертва». При этом существенно уменьшается средняя относительная погрешность результатов моделирования, что составляет не более 21% для популяции кабана на территории Украины, а также позволяет прогнозировать динамику процесса на срок до 3 лет при соответствующих погрешностях статистических данных (+ 20%, -10%).

Для решения задачи идентификации рабочих параметров обобщённой модели эволюции систем, использовались существующие статистические данные динамики экосистем (численность популяций наиболее распространённых

охотничьих видов животных на территории Украины) и программный пакет Mathcad 15.0.

Адекватность обобщённой модели эволюции систем подтверждается результатом решения задачи Коши с частичной неопределённостью в начальных условиях.

В результате исследования возможности прогнозирования с помощью обобщённой модели эволюции систем, установлена нецелесообразность прогнозирования на длительный период, поскольку при этом возникают значительные отклонения от статистических данных, что понижает достоверность результатов моделирования. Поэтому обобщённую модель эволюции систем рекомендуется использовать для краткосрочных прогнозов (на 3 года). Для дальнейшего прогнозирования, необходимо периодически (рекомендуемый цикл 3 года) уточнять рабочие параметры модели. На достоверность результатов моделирования влияют и стохастические процессы такие как: встречи с хищниками, эпидемии болезней среди особей популяции, относительное несовершенство математической модели в плане не учтённых факторов, связанных с особенностями биологической природы развития популяций и др.

Перечисленные факторы возможно учесть с помощью рекомендуемой методики на основе одномерного блуждания частицы с поглощающим экраном.

Полученные результаты решения задачи Коши с частичной неопределенностью в начальных условиях показывают, что для естественных систем типа «хищник – жертва», применение обобщенной модели эволюции систем позволяет значительно уменьшить относительную среднюю погрешность результатов моделирования для жертв, и для хищника в системе ХЖ1 (волк - заяц), а также прогнозировать динамику на срок до 2-х лет (средняя относительная погрешность при этом не превышает 19% для жертв и 23% для хищника). Для системы ХЖ2 (лиса - заяц), применение обобщенной модели эволюции систем позволяет прогнозировать на 1 год (средняя относительная погрешность при этом не превышает 5.8% для жертвы и 15% для хищника при соответствующих погрешностях статистических данных + 20%, -10%).

Для идентификации рабочих параметров и оценки адекватности математических моделей, учитывающих эффект диффузии использовались статистические данные динамики экосистем (численность популяции зайца – русака и лисицы на территориях Олевского и Овручского районов Житомирской области согласно формы 2ТП (охота) в расчете на единицу площади территории существования (1 км^2).

Применение предложенной математической модели диффузионного типа уменьшает среднюю относительную погрешность результатов моделирования в 1,7 раз и не превышает 14,93% для жертв и 1,55% для хищника. А также уменьшается вероятность аномальных отклонений (для известных колебаний плотности 1-5 элементов (максимально 6) на 1км^2 для жертв и 0,25-0,75 (максимально 3) элементов на 1км^2 для хищника).

Ключевые слова: обобщённая модель эволюции систем, одномерное блуждание частицы, поглощающий экран, диффузионные процессы, функция

Ферхюльста, прогнозирование, идентификация, адекватность, задача Коши.

ABSTRACT

Majewsky O.V. Modelling predator-prey natural systems in their polluted inhabitable environment. – As the manuscript.

Thesis for candidate's degree in technical science by speciality 01.05.02 – mathematical modeling and computing methods. – Pukhov Institute for Modeling in Energy Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2016.

The research work's strategic aim is to improve mathematical models of game populations' dynamics in Zhytomyr region. The work shows studies of a number of known mathematical models including those with the Verhulst function improved. The study of certain mathematical models revealed a number of limitations and uncertainties in their structure. A generalized model of system evolution was reasoned and thus recommended to practice when studying game population dynamics in Zhytomyr region with the core equation analytically solved. The predator-prey model was improved with a generalized model of system evolution. Spatial distribution of game populations in the North of Zhytomyr region was studied to build a model adjusted for population density variations. Classical models and those just introduced were studied for their identity and adequacy with constrained models and those adjusted for population density variations. The milieu effect on population dynamics under low manmade disturbances is confirmed.

Keywords: generalized model of system evolution, milieu effect, unsymmetrical random walk, manmade disturbances, Verhulst function, density variations.